Generated by Foxit PDF Creator © Foxit Software
http://www.foxitsoftware.com For evaluation only.

I. Regimul armonic permanent

Un circuit electronic funcţionează în regim armonic dacă mărimile sale electrice sunt armonice, adică au în timp o **variaţie periodică, de formă sinusoidală**. Regimul de funcţionare este permanenent dacă **amplitudinea mărimii armonice** este **constantă în timp**. Aşadar, într-un circuit electronic care funcţionează în regim armonic permanent, variaţia în timp a mărimilor electrice este descrisă de expresia analitică care corespunde variaţiei indicate în Figura 1:

$$x_A(\omega \cdot t) = X_a \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_X)$$

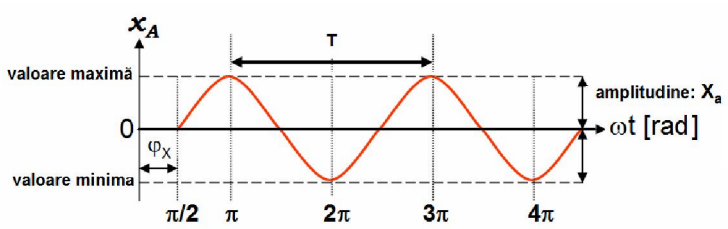


Figura 1. Forma de undă a unei mărimi electrice armonice.

unde:

- $\mathbf{x_A}$ reprezintă oricare mărime electrică din circuit; de exemplu, pentru tensiuni electrice **x = v**, iar pentru curenţi electrici **x = i**;
- $\mathbf{X_a}$ reprezintă amplitudinea variaţiei mărimii electrice armonice; $\mathbf{X_a}$ = constant;
- $\boldsymbol{\varphi_X}$ reprezintă faza iniţială a mărimii electrice armonice; se exprimă în radiani sau grade sexazecimale;
- **ω** reprezintă pulsaţia mărimii electrice armonice; se exprimă în radiani/secundă. În legătură cu pulsaţia sunt valabile următoarele relaţii:

$$\boxed{\omega = 2 \cdot \pi \cdot f}$$

unde **f** reprezintă frecvenţa de repetiţie a mărimii electrice armonice; frecvenţa se exprimă în **Hertzi**, unitate de măsură notată **Hz**. Legătura între frecvenţa **f** a mărimii electrice sinusoidale şi perioada de repetiţie a acesteia este:

$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

unde **T** reprezintă perioada de a mărimii electrice sinusoidale, care se exprimă în secunde şi, ţinând cont de variaţia sinusodală a mărimii, este egală cu:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$$

Pentru o mărime armonică, amplitudinea, pulsaţia (frecvenţa), respectiv faza iniţială, reprezintă parametrii săi. În cazul în care informaţia este reprezentată prin intermediul unei mărimi electrice armonice, aceasta este codată prin intermediul parametrilor amintiţi.

Reprezentarea prin fazori a mărimilor electrice armonice

În regim armonic, mărimile electrice sunt reprezentate adeseori prin intermediul fazorilor, care sunt mărimi complexe ce includ în reprezentarea lor informaţii despre cei 3 parametri ai mărimii electrice armonice şi anume amplitudine, pulsaţie, respectiv fază iniţială. Astfel, mărimea armonică exprimată analitic

$$x_A(\omega \cdot t) = X_a \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_X)$$

este reprezentată sub formă de fazor astfel:

Generated by Foxit PDF Creator © Foxit Software
http://www.foxitsoftware.com For evaluation only.

$$\underline{x_A} = X_a \cdot e^{j\cdot(\omega\cdot t+\varphi_X)}$$

Observaţie: dacă valoarea pulsaţiei **ω** este comună tuturor mărimilor electrice din circuit (cazul uzual), în reprezentarea fazorială informaţia despre pulsaţia **ω** este eliminată, iar reprezentarea fazorială a mărimii electrice devine:

$$\underline{x_A} = X_a \cdot e^{j\cdot\varphi_X}$$

II. Mărimile electrice de terminal ale condensatorului în regim armonic permanent

În discuţia care urmează, se consideră un condensator ideal. În regim armonic permanent, tensiunea electrică pe terminalele condensatorului considerat este de forma:

$$v_C(\omega\cdot t) = V_c \cdot \sin(\omega\cdot t+\varphi_v)$$

tensiunea electrică pe condensator

Curentul electric prin condensator se determină pe baza ecuaţiei de funcţionare a condensatorului:

$$i_C(\omega\cdot t) = C\cdot\frac{dv_C(\omega\cdot t)}{dt}$$

$$\Rightarrow \qquad i_C(\omega\cdot t) = C\cdot\frac{dV_c\cdot\sin(\omega\cdot t)}{dt} = \omega\cdot C\cdot V_c\cdot\sin\left(\omega\cdot t+\varphi_v+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \qquad i_C(\omega\cdot t) = \underbrace{\omega\cdot C\cdot V_c}_{I_c}\cdot\sin\left(\omega\cdot t+\underbrace{\varphi_v+\frac{\pi}{2}}_{\varphi_v}\right) = I_c\cdot\sin(\omega\cdot t+\varphi_i)$$

Aşadar, în regim armonic permanent, curentul electric prin condensator are următoarea variaţie:

$$i_C(\omega\cdot t) = I_c\cdot\sin(\omega\cdot t+\varphi_i)$$

curentul electric prin condensator

unde

$$\boxed{I_c = \omega\cdot C\cdot V_c}$$

relaţia dintre amplitudinile mărimilor electrice de terminal ale condensatorului

$$\boxed{\varphi_i = \varphi_v + \frac{\pi}{2}}$$

relaţia între fazele iniţiale a mărimilor electrice de terminal ale condensatorului

Ultimile 2 relaţii de mai sus furnizează relaţiile de legătură între parametrii mărimilor electrice de terminal ale condensatorului care sunt diferiţi şi anume amplitudine, respectiv fază iniţială.

Din prima relaţie, se remarcă în plus faptul că amplitudinea $\mathbf{I_c}$ a curentului electric prin condensator depinde **LINIAR** de pulsaţia **ω** (respectiv frecvenţa) la care lucrează condensatorul, aşa cum se prezintă în Figura 2.

Generated by Foxit PDF Creator © Foxit Software
http://www.foxitsoftware.com For evaluation only.

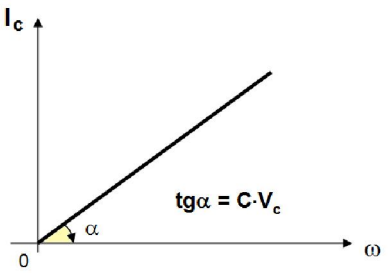


Figura 2. Variaţia amplitudinii curentului electric prin condensator în funcţie de pulsaţia (frecvenţa) la care lucrează condensatorul

A 2a relaţie furnizează legătura dintre fazele iniţiale ale mărimilor de terminal ale condensatorului. Prin definiţie, diferenţa

$$\boxed{\varphi_C = \varphi_i - \varphi_v}$$

se numeşte **defazajul** dintre mărimile electrice de terminal ale condensatorului, $\mathbf{i_C}$ respectiv $\mathbf{v_C}$, Conform calculelor, defazajul între curentul electric prin condensator şi tensiunea electrică prin condensator, în regim armonic permament este egal cu

$$\boxed{\varphi_C = \frac{\pi}{2}}$$

defazajul dintre curentul şi tensiunea condensatorului

Observaţie: uneori, pentru condesantor se consideră defazajul măsurat între tensiune şi curent. În acest caz, defazajul este **-π/2**.

Mărimile electrice de terminal ale condensatorului în regim armonic permanent sunt prezentate în Figura 3.

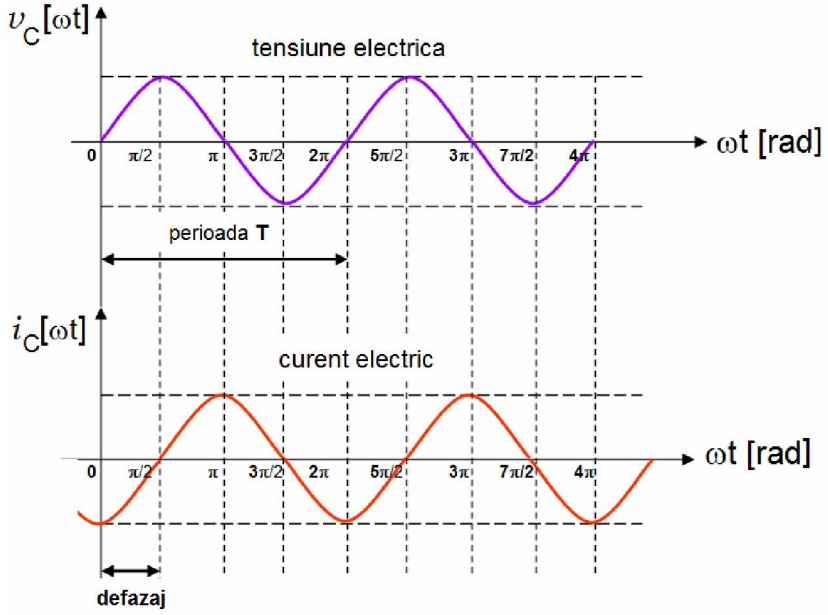


Figura 3. Mărimile electrice de terminal ale condensatorului la o anumită pulsaţie **ω**. Fazele iniţiale au fost considerate nule.

Generated by Foxit PDF Creator © Foxit Software
http://www.foxitsoftware.com For evaluation only.

III. Reactanţa condensatorului ideal. Impedanţa condensatorului ideal

Din relaţia de legătură între amplitudinile mărimilor electrice de terminal ale condensatorului $I_c = \omega \cdot C \cdot V_c$, se constată că expresia $\frac{1}{\omega \cdot C}$ este exprimată ca raportul dintre o tensiune şi un curent electric, $\frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{V_c}{I_c}$, deci, conform legii lui Ohm, această expresie reprezintă de fapt o **rezistenţă electrică**.

Prin definiţie, raportul dintre amplitudinea tensiunii pe condensator $\mathbf{V_c}$ şi amplitudinea curentului prin condensator $\mathbf{I_c}$ se numeşte **reactanţă capacitivă (reactanţa condensatorului)** şi se notează cu $\mathbf{X_C}$:

$$\boxed{X_C \overset{def}{=} \frac{V_c}{I_c} \qquad \langle X_C \rangle_{SI} = \Omega}$$

Reactanţa capacitivă furnizează relaţia de legătură între amplitudinile mărimilor electrice de terminal ale condensatorului şi reprezintă rezistenţa electrică pe care o opune condensatorul la trecerea curentului armonic prin el. Reactanţa capacitivă depinde de capacitatea condensatorului şi de pulsaţia (frecvenţa) la care lucrează condensatorul respectiv conform relaţiei:

$$\boxed{X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}}$$

Mărimea electrică care furnizează informaţii atât despre relaţia între amplitudinile mărimilor electrice de terminal ale condensatorului cât şi despre defazajul dintre acestea este **impedanţa condensatorului**, notată $\mathbf{Z_C}$. Prin definiţie, impedanţa condensatorului este o mărime electrică complexă, definită ca raportul între fazorii mărimilor electrice de terminal ale condensatorului, $\underline{\mathbf{v}}_\mathbf{C}$, respectiv $\underline{\mathbf{i}}_\mathbf{C}$.

$$\boxed{\underline{Z_C} = \frac{\underline{v_C}}{\underline{i_C}} \qquad \langle \underline{Z_C} \rangle = j \cdot \Omega}$$

Ţinând cont de reprezentarea fazorială a celor 2 mărimi electrice de terminal ale condensatorului,

$$\underline{v_C} = V_c \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi_v)}$$
$$\underline{i_C} = I_c \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi_i)}$$

impedanţa condensatorului se poate exprima direct, în funcţie de reactanţa capacitivă:

$$\underline{Z_C} = \frac{\underline{v_C}}{\underline{i_C}} = \frac{V_c \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi_v)}}{I_c \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi_i)}} = \frac{V_c}{I_c} \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi_v - \omega \cdot t - \varphi_i)} = X_C \cdot e^{j \cdot (\varphi_v - \varphi_i)} = X_C \cdot e^{-j \cdot \varphi_C}$$

$$\boxed{\underline{Z_C} = X_C \cdot e^{-j \cdot \varphi_C}}$$

Generated by Foxit PDF Creator © Foxit Software
http://www.foxitsoftware.com For evaluation only.

Deoarece $\varphi_C = \frac{\pi}{2}$, pe baza relaţiei lui Euler $e^{j\cdot x} = \cos(x) + j\cdot\sin(x)$, relaţia de calcul a impedanţei condensatorului este:

$$\boxed{\underline{Z_C} = -j\cdot X_C}$$

IV. Mărimile electrice de terminal ale bobinei în regim armonic permanent

În discuţia care urmează, se consideră o bobină ideală. În regim armonic permanent curentul electric prin bobina considerată este de forma:

$$i_L(\omega\cdot t) = I_l\cdot\sin(\omega\cdot t + \varphi_i)$$

curentul electric prin bobină

Tensiunea electrică pe bobină se determină pe baza ecuaţiei de funcţionare a acesteia:

$$v_L(\omega\cdot t) = L\cdot\frac{di_L(\omega\cdot t)}{dt}$$

$$\Rightarrow \qquad v_L(\omega\cdot t) = L\cdot\frac{dI_l\cdot\sin(\omega\cdot t)}{dt} = \omega\cdot L\cdot I_l\cdot\sin\left(\omega\cdot t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \qquad v_L(\omega\cdot t) = \underbrace{\omega\cdot L\cdot I_l}_{V_l}\cdot\sin\left(\omega\cdot t + \underbrace{\varphi_i + \frac{\pi}{2}}_{\varphi_v}\right) = V_l\cdot\sin(\omega\cdot t + \varphi_v)$$

Aşadar, în regim armonic permanent, tensiunea electrică pe bobină are următoarea variaţie:

$$v_L(\omega\cdot t) = V_l\cdot\sin(\omega\cdot t + \varphi_v)$$

unde

$$\boxed{V_l = \omega\cdot L\cdot I_l}$$

relaţia dintre amplitudinile mărimilor electrice de terminal ale bobinei

$$\boxed{\varphi_v = \varphi_i + \frac{\pi}{2}}$$

relaţia între fazele iniţiale a mărimilor electrice de terminal ale bobinei

Ultimile 2 relaţii de mai sus furnizează relaţiile de legătură între parametrii mărimilor electrice de terminal ale bobinei, care sunt diferiţi, şi anume amplitudine, respectiv fază iniţială.

Din prima relaţie se remarcă faptul că amplitudinea tensiunii electrice pe bobină depinde LINIAR de pulsaţia (respectiv frecvenţa) la care lucrează bobina, aşa cum se prezintă în Figura 4.

Generated by Foxit PDF Creator © Foxit Software
http://www.foxitsoftware.com For evaluation only.

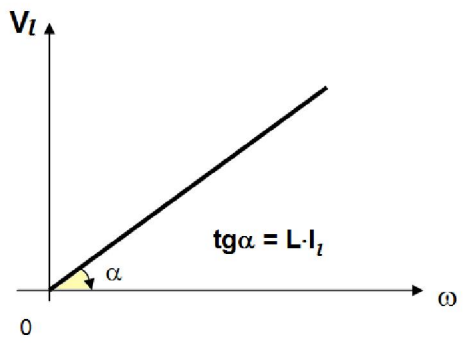


Figura 4. Variaţia amplitudinii tensiunii electrice pe bobină în funcţie de pulsaţia (frecvenţa) la care lucrează bobina

A 2a relaţie furnizează legătura dintre fazele iniţale ale mărimilor de terminal ale bobinei. Prin definiţie, diferenţa

$$\boxed{\varphi_L = \varphi_v - \varphi_i}$$

reprezintă **defazajul** dintre mărimile electrice de terminal ale bobinei, $\mathbf{v_L}$ respectiv $\mathbf{i_L}$, Conform calculelor, defazajul dintre tensiunea electrică pe bobină şi curentul electric prin bobină, în regim armonic permament este egal cu

$$\boxed{\varphi_L = \frac{\pi}{2}}$$

defazajul dintre tensiunea şi curentul bobinei

Mărimile electrice de terminal ale bobinei în regim armonic permanent sunt prezentate în Figura 5.

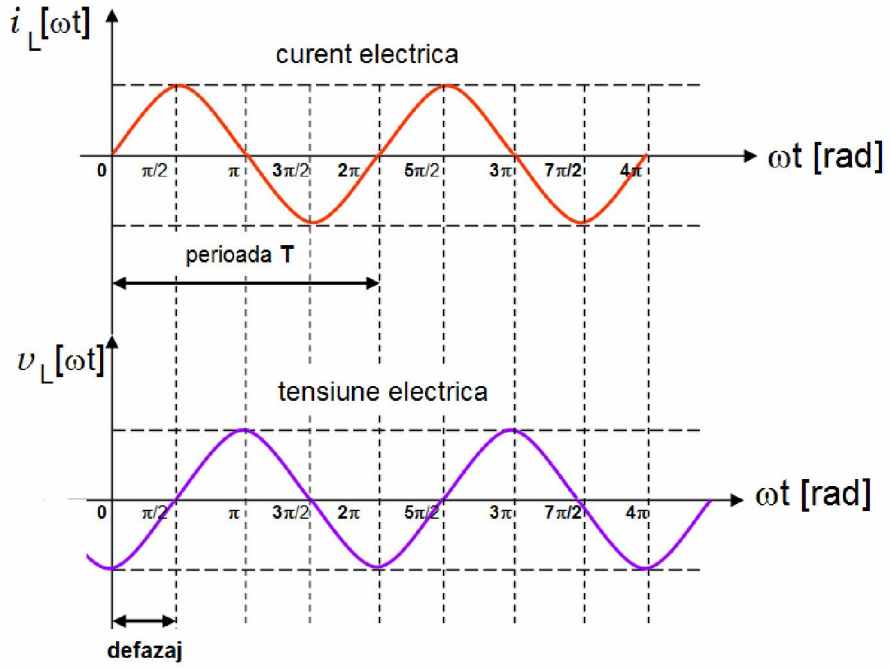


Figura 5. Mărimile electrice de terminal ale bobinei la o anumită pulsaţie **ω**. Fazele iniţiale au fost considerate nule.

Generated by Foxit PDF Creator © Foxit Software
http://www.foxitsoftware.com For evaluation only.

V. Reactanţa bobinei ideale. Impedanţa bobinei ideale

Din relaţia de legătură între amplitudinile mărimilor electrice de terminal ale bobinei $V_l = \omega \cdot L \cdot I_l$ se constată că expresia $\omega \cdot L$ este exprimată ca raportul dintre o tensiune electrică şi un curent electric, $\omega \cdot L = \frac{V_l}{I_l}$, deci, conform legii lui Ohm, această expresie reprezintă de fapt o **rezistenţă electrică.**

Prin definiţie, raportul dintre amplitudinea tensiunii pe bobină $\mathbf{V_l}$ şi amplitudinea curentului prin bobină $\mathbf{I_l}$ se numeşte **reactanţă inductivă (reactanţa bobinei)** şi se notează cu $\mathbf{X_L}$:

$$\boxed{X_L \overset{def}{=} \frac{V_l}{I_l} \qquad \langle X_L \rangle_{SI} = \Omega}$$

Reactanţa inductivă furnizează relaţia de legătură între amplitudinile mărimilor electrice de terminal ale bobinei şi reprezintă rezistenţa electrică pe care o opune bobina la trecerea curentului armonic prin ea. Reactanţa inductivă depinde de inductanţa magnetică a bobinei şi de pulsaţia (frecvenţa) la care lucrează bobina respectivă conform relaţiei:

$$\boxed{X_L = \omega \cdot L}$$

Mărimea electrică care furnizează informaţii atât despre relaţia între amplitudinile mărimilor electrice de terminal ale bobinei cât şi despre defazajul dintre acestea este **impedanţa bobinei**, notată $\mathbf{Z_L}$. Prin definiţie, impedanţa bobinei este o mărime electrică complexă, definită ca raportul între fazorii mărimilor electrice de terminal ale acesteia, $\underline{\mathbf{v}}_\mathbf{L}$, respectiv $\underline{\mathbf{i}}_\mathbf{L}$.

$$\boxed{\underline{Z_L} = \frac{\underline{v_L}}{\underline{i_L}} \qquad \langle \underline{Z_L} \rangle = j \cdot \Omega}$$

Ţinând cont de reprezentarea fazorială a celor 2 mărimi electrice de terminal ale bobinei,

$$\underline{v_L} = V_l \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi_v)}$$
$$\underline{i_L} = I_l \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi_i)}$$

impedanţa bobinei se poate exprima direct, în funcţie de reactanţa inductivă:

$$\underline{Z_L} = \frac{\underline{v_L}}{\underline{i_L}} = \frac{V_l \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi_v)}}{I_l \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi_i)}} = \frac{V_l}{I_l} \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi_v - \omega \cdot t - \varphi_i)} = X_L \cdot e^{j \cdot (\varphi_v - \varphi_i)} = X_L \cdot e^{j \cdot \varphi_L}$$

$$\boxed{\underline{Z_L} = X_L \cdot e^{j \cdot \varphi_L}}$$

Deoarece $\varphi_L = \frac{\pi}{2}$, pe baza relaţiei lui Euler $e^{j \cdot x} = \cos(x) + j \cdot \sin(x)$, relaţia de calcul a impedanţei bobinei este:

$$\boxed{\underline{Z_L} = j \cdot X_L}$$

Generated by Foxit PDF Creator © Foxit Software
http://www.foxitsoftware.com For evaluation only.

VI. Funcţia de transfer a unui circuit în regim armonic permanent

Funcţia de transfer a unui circuit caracterizează comportamentul acestuia în **domeniul frecvenţă**.

În mod uzual, un circuit electronic are o intrare, pe care se aplică informaţia, respectiv o ieşire, la care este furnizată informaţia prelucrată de către circuit, sau răspunsul circuitului la aplicarea informaţiei la intrarea sa. În cazul în care mărimile electrice de intrare, respectiv de ieşire ale circuitului au valori variabile în timp, acestea sunt denumite semnale (semnal de intrare, respectiv semnal de ieşire).
În cazul în care informaţia este o mărime electrică armonică, circuitul funcţionează în regim armonic. Funcţia de transfer a circuitului în regim armonic permite analizarea modului în care se comportă circuitul respectiv pe întreg domeniul de valori ale frecvenţei semnalului de intrare.

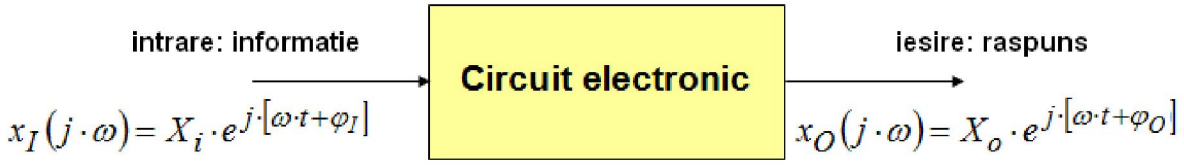


Figura 6. Semnalele de intrare/ ieşire reprezentate fazorial, ale unui circuit în regim armonic.

Prin definiţie, funcţia de transfer a unui circuit în regim armonic reprezintă o expresie reprezentată în domeniul complex, notată **H(j·ω)**, care se determină ca raport între fazorul mărimii electrice de ieşire, notată generic $\underline{\mathbf{x}}_\mathbf{O}$ şi fazorul mărimii electrice de intrare ale circuitului respectiv, notată generic $\underline{\mathbf{x}}_\mathbf{I}$:

$$\boxed{H(j\cdot\omega) = \frac{\underline{x_O}}{\underline{x_I}}}$$

unde $\underline{\mathbf{x}}_\mathbf{O}$ poate fi tensiunea de ieşire a circuitului, caz în care $\underline{\mathbf{x}}_\mathbf{O} = \underline{\mathbf{v}}_\mathbf{O}$, sau curentul de ieşire al circuitului, caz în care $\underline{\mathbf{x}}_\mathbf{O} = \underline{\mathbf{i}}_\mathbf{O}$, respectiv $\underline{\mathbf{x}}_\mathbf{I}$ poate fi tensiunea de intrare a circuitului, caz în care $\underline{\mathbf{x}}_\mathbf{I} = \underline{\mathbf{v}}_\mathbf{I}$, sau curentul de intrare al circuitului, caz în care $\underline{\mathbf{x}}_\mathbf{I} = \underline{\mathbf{i}}_\mathbf{I}$.

În relaţia de mai sus, mărimile notate $\underline{\mathbf{x}}_\mathbf{O}$, respectiv $\underline{\mathbf{x}}_\mathbf{I}$ reprezintă fazorii mărimilor electrice de ieşire, respectiv de intrare ale circuitului considerat, şi se exprimă astfel:

$$\underline{x_O} = x_O(j\cdot\omega) = X_o \cdot e^{j\cdot[\omega\cdot t+\varphi_O]}$$
$$\underline{x_I} = x_I(j\cdot\omega) = X_i \cdot e^{j\cdot[\omega\cdot t+\varphi_I]}$$

unde $\mathbf{X_o}$, respectiv $\mathbf{X_i}$ reprezintă amplitudinile mărimilor considerate, iar $\boldsymbol{\varphi_O}$, respectiv $\boldsymbol{\varphi_I}$ reprezintă fazele iniţiale ale mărimilor electrice respective.

Deoarece funcţia de transfer a circuitului este o mărime electrică complexă, rezultă că aceasta se poate exprima, al rândul său, în funcţie de modul şi argument astfel:

$$H(j\cdot\omega) = |H(j\cdot\omega)| \cdot e^{j\cdot[\omega\cdot t+\varphi_H]} = H(\omega)\cdot e^{j\cdot[\omega\cdot t+\varphi_H]}$$

Generated by Foxit PDF Creator © Foxit Software
http://www.foxitsoftware.com For evaluation only.

unde:

- **H(ω)**, reprezintă modulul funcţiei de transfer la pulsaţia (frecvenţa) de lucru considerată,
- **φ_H** reprezintă defazajul introdus de circuit, între mărimea electrică de ieşire **$\underline{x}_O$** şi mărimea electrică de intrare **$\underline{x}_I$**; valoarea defazajului introdus de circuit depinde de pulsaţia de lucru.

VII. Caracteristicile de funcţionare ale circuitului în domeniul frecvenţă

Modulul funcţiei de transfer **H(ω)** reprezintă o mărime care depinde de pulsaţia (frecvenţa) de lucru a circuitului, iar graficul acestei mărimi în funcţie de pulsaţia (frecvenţa) de lucru se numeşte **caracteritistica de frecvenţă** a circuitului considerat.

Defazajul introdus de circuit **$\varphi_H(\omega)$** este, de asemenea, o mărime care depinde de pulsaţia (frecvenţa) de lucru, iar graficul acestei mărimi în funcţie de pulsaţia (frecvenţa) de lucru se numeşte **caracteristica de fază** a circuitului considerat.

Comportamentul circuitului în domeniul frecvenţă este complet caracterizat de cele două tipuri de caracteristici de funcţionare, introduse mai sus.

Pe baza expresiilor de mai sus, relaţia de calcul a funcţiei de transfer se poate rescrie astfel:

$$H(\omega)\cdot e^{j\cdot(\omega\cdot t+\varphi_H)}=\frac{X_o\cdot e^{j\cdot(\omega\cdot t+\varphi_O)}}{X_i\cdot e^{j\cdot(\omega\cdot t+\varphi_I)}}=\frac{X_o}{X_i}\cdot e^{j\cdot(\omega\cdot t+\varphi_O-\omega\cdot t-\varphi_I)}=\frac{X_o}{X_i}\cdot e^{j\cdot(\varphi_O-\varphi_I)}$$

Din relaţia de mai sus, se identifică următoarele relaţii generale, care furnizează tipurile de informaţii pe care cele două caracteristici, de frecvenţă, respectiv de fază, le oferă.

Caracteristica de frecvenţă a circuitului este egală cu raportul amplitudinilor mărimii de ieşire, respectiv de intrare:

$$\boxed{H(\omega)=\frac{X_o}{X_i}}$$

Relaţia de mai sus permite calculul amplitudinii mărimii electrice de ieşire pentru oricare pulsaţie (frecvenţă) a semnalului de intrare.

$$\boxed{X_o=H(\omega)\cdot X_i}$$

Din acest motiv, relaţia de mai sus permite determinarea variaţiei cu pulsaţia (frecvenţa) de lucru a amplitudinii mărimii electrice de ieşire.

Caracteristica de fază a circuitului este egală cu diferenţa dintre fazele iniţiale ale mărimii de ieşire, respectiv de intrare:

$$\boxed{\varphi_H(\omega)=\varphi_O-\varphi_I}$$

Relaţia de mai sus permite calculul fazei iniţiale a mărimii electrice de ieşire pentru oricare pulsaţie (frecvenţă) a semnalului de intrare.

$$\boxed{\varphi_O=\varphi_H(\omega)+\varphi_I}$$

Generated by Foxit PDF Creator © Foxit Software
http://www.foxitsoftware.com For evaluation only.

Din acest motiv, relaţia de mai sus permite determinarea variaţiei cu pulsaţia (frecvenţa) de lucru a fazei iniţiale a mărimii electrice de ieşire.

Cu expresiile de mai sus, se poate determina valoarea mărimii electrice de ieşire la pulsaţia (frecvenţa) de lucru, atunci când la intrarea circuitului considerat se aplică stimulul $\underline{x}_I$. Valoarea mărimii electrice de ieşire la pulsaţia (frecvenţa) de lucru, atunci când la intrarea circuitului considerat se aplică stimulul $\underline{x}_I$ se mai numeşte **răspunsul circuitului** la stimulul $\underline{x}_I$.

$$\boxed{\underline{x_O} = H(\omega)\cdot X_i \cdot e^{j\cdot[\omega\cdot t+\varphi_H(\omega)+\varphi_I]}}$$

raspunsul circuitului – forma fazorială

$$\boxed{x_O(\omega\cdot t) = H(\omega)\cdot X_i \cdot \sin[\omega\cdot t+\varphi_H(\omega)+\varphi_I]}$$

raspunsul circuitului – forma analitica

VIII. Relaţiile de calcul pentru modulul şi argumentul funcţiei de transfer

Datorită definiţiei, expresia funcţiei de transfer rezultă sub forma unui raport între două mărimi complexe, de tipul:

$$H(j\cdot\omega) = \frac{a+j\cdot b}{c+j\cdot d}$$

Deşi expresia poate fi simplificată prin înmulţirea cu conjugatul numitorului, pentru a nu complica calculele, expresia funcţiei de transfer se păstrează sub formă de raport, iar modulul funcţiei de transfer (caracteristica de frecvenţă) se determină cu relaţia:

$$\boxed{H(\omega) = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{c^2+d^2}}}$$

relaţia de calcul a modulului funcţiei de transfer

respectiv argumentul funcţiei de transfer (caracteristica de fază) se determină cu relaţia:

$$\boxed{\varphi_H(\omega) = arctg\left(\frac{b}{a}\right) - arctg\left(\frac{d}{c}\right)}$$

relaţia de calcul a defazajului introdus de circuit

IX. Analiza comportamentului unui circuit în domeniul frecvenţă pe baza funcţiei de transfer

Pentru analiza comportamentului unui circuit în domeniul frecvenţă, pe baza funcţiei sale de transfer, se parcurg următoarele etape:

1. Se transformă circuitul original în reprezentarea sa în domeniul complex, prin înlocuirea elementelor de circuit cu impedanţele lor, respectiv înlocuirea mărimilor electrice prin intermediul fazorilor corespunzători.
2. Pe circuitul reprezentat în domeniul complex, se calculează funcţia de transfer a circuitului;
   a. Se determină expresia matematică a funcţiei de transfer în funcţie de reactanţele componentelor din circuit;
   b. Se calculează modulul funcţiei de transfer;

Generated by Foxit PDF Creator © Foxit Software
http://www.foxitsoftware.com For evaluation only.

c. Se calculează defazajul introdus de către circuit;

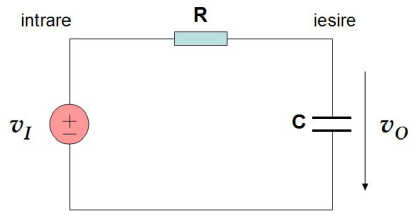
În continuare, se pot desena graficele caracteristicilor de frecvenţă, respectiv de fază ale circuitului în domeniul frecvenţă, sau se poate determina răspunsul circuitului.

3. Se trasează graficele caracteristicilor circuitului în domeniul frecvenţă:
   a. Se trasează graficul modulului funcţiei de transfer în domeniul frecvenţă = caracteristica de frecvenţă a circuitului.
   b. Se trasează graficul defazajului introdus de circuit în domeniul frecvenţă = caracteristica de fază a circuitului.

4. Se determină răspunsul circuitului la pulsaţia (frecvenţa) de lucru considerată:
   a. Se calculează amplitudinea mărimii electrice de ieşire a circuitului
   b. Se calculează faza iniţială a mărimii electrice de ieşire a circuitului.

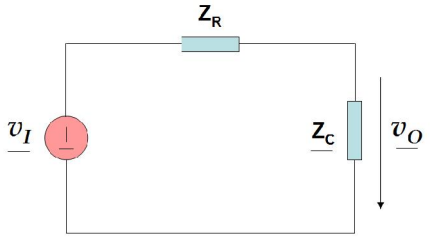
X. Exemplu: determinarea răspunsului unui circuit în domeniul frecvenţă.

Se consideră circuitul din figura de mai jos. Să se determine răspunsul circuitului.



Pentru determinarea răspunsului circuitului, se vor parcurge paşii indicaţi mai sus. Determinarea răspunsului circuitului constă în calcularea expresiei tensiunii de ieşire $\mathbf{v_O}$ în funcţie de tensiunea de intrare $\mathbf{v_I}$, de pulsaţia de lucru $\boldsymbol{\omega}$ şi de componentele circuitului, **R**, respectiv **C**.

Funcţia de transfer a circuitului permite determinarea răspunsului acestuia la aplicarea tensiunii de intrare $\mathbf{v_I}$, care reprezintă pentru circuit stimului, sau informaţia care urmează a fi prelucrată. Pentru determinarea expresiei funcţiei de transfer a circuitului, acesta trebuie reprezentat în domeniul complex, prin înlocuirea componentelor cu impedanţele lor, respectiv prin înlocuirea mărimilor electrice prin intermediul fazorilor. După aceste modificări, circuitul iniţial se transformă în următorul:



Pentru circuitul de mai sus, funcţia de transfer se determină cu relaţia generală:

$$\boxed{H(j\cdot\omega)=\frac{\underline{v_O}}{\underline{v_I}}}$$

Circuitul de mai sus reprezintă un divizor de tensiune: tensiunea de intrare $\mathbf{v_I}$ se divide pe cele două impedanţe conectate în serie. Rezultă, conform relaţiei prezentate la divizorul de tensiune, că:

Generated by Foxit PDF Creator © Foxit Software
http://www.foxitsoftware.com For evaluation only.

$$\underline{v_O} = \frac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_C} + \underline{Z_R}} \cdot \underline{v_I}$$

Din relaţiile de mai sus, expresia funcţie de transfer a circuitului în funcţie de impedanţe este:

$$H(j \cdot \omega) = \frac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_R} + \underline{Z_C}}$$

Pentru determinarea modului, respectiv defazajului introdus de circuit, este necesară exprimarea funcţiei de transfer în funcţie de reactanţele circuitului:

$$\boxed{H(j \cdot \omega) = \frac{-j \cdot X_C}{R - j \cdot X_C}}$$

Calculul modulului funcţiei de transfer:

$$H(\omega) = \frac{\sqrt{(X_C)^2}}{\sqrt{R^2 + (X_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{X_C}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot R \cdot C)^2}}$$

$$\boxed{H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot R \cdot C)^2}}}$$

Calculul defazajului introdus de circuit:

$$H(\omega) = arctg\left(\frac{-X_C}{0}\right) - arctg\left(\frac{-X_C}{R}\right) = -arctg(\infty) + arctg\left(\frac{1}{\omega \cdot R \cdot C}\right) = -\frac{\pi}{2} + arctg\left(\frac{1}{\omega \cdot R \cdot C}\right)$$

$$\boxed{\varphi_H(\omega) = -\frac{\pi}{2} + arctg\left(\frac{1}{\omega \cdot R \cdot C}\right)}$$

Determinarea amplitudinii tensiunii de ieşire: amplitudinea tensiunii de ieşire se determină cu relaţia:

$$\boxed{V_o = H(\omega) \cdot V_i}$$

$$\Rightarrow$$

$$\boxed{V_o = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot R \cdot C)^2}} \cdot V_i}$$

Determinarea fazei iniţiale a tensiunii de ieşire: faza iniţială a tensiunii de ieşire se determină cu relaţia:

$$\boxed{\varphi_{vo} = \varphi_H(\omega) + \varphi_{vi}}$$

$$\Rightarrow$$

Generated by Foxit PDF Creator © Foxit Software
http://www.foxitsoftware.com For evaluation only.

$$\boxed{\varphi_{vo} = -\frac{\pi}{2} + arctg\left(\frac{1}{\omega \cdot R \cdot C}\right) + \varphi_{vi}}$$

Aşadar, răspunsul circuitului este:

$$\boxed{v_O(\omega \cdot t) = \frac{V_i}{\sqrt{1 + (\omega \cdot R \cdot C)^2}} \cdot \sin\left[\omega \cdot t - \frac{\pi}{2} + arctg\left(\frac{1}{\omega \cdot R \cdot C}\right) + \varphi_{vi}\right]}$$